Bab 6
PENAKSIRAN PARAMETER

MENAKSIR RATA-RATA μ

Misalkan kita mempunyai sebuah populasi berukuran N dengan rata-rata μ dan simpangan baku σ. Dari populasi ini parameter rata-rata μ akan ditaksir. Untuk keperluan ini ,ambil sebuah sampel acak berukuran n, lalu hitung statistik yang perlu ialah $\overline{X}$ dan s. Titik taksiran untuk rata-rata μ ialah $\overline{X}$. Dengan kata lain nilai μ besarnya ditaksir oleh harga $\overline{X}$ yang didapat dari sampel.

Untuk memperoleh taksiran yang lebih tinggi derajat kepercayaannya, digunakan interval taksiran atau selang taksiran disertai nilai koefisien kepercayaan yang dikehendaki.

a. Simpangan baku σ diketahui dan populasinya berdistribusi normal

$$\bar{x} - z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \langle \ \mu \ \langle \ \bar{x} + z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

b. Simpangan baku σ diketahui dan populasinya berdistribusi normal, jika (n/N) > 5%

$$\bar{x} - z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \sqrt{\frac{N-n}{N-1}} \langle \ \mu \ \langle \ \bar{x} + z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \sqrt{\frac{N-n}{N-1}}$$

Dengan α = koefisien kepercayaan dan $z_{\frac{\alpha}{2}}$ = bilangan z didapat dari tabel normal baku untuk peluang $\frac{1}{2}\alpha$

c. Simpangan baku σ tidak diketahui dan populasinya berdistribusi normal

$$\bar{x} - t_{\frac{\alpha}{2};\, n-1} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}} \langle \ \mu \ \langle \ \bar{x} + t_{\frac{\alpha}{2};\, n-1} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}}$$

d. Simpangan baku σ tidak diketahui dan populasinya berdistribusi normal , jika (n/N) > 5%

$$\bar{x} - t_{\frac{\alpha}{2};\, n-1} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}} \sqrt{\frac{N-n}{N-1}} \langle \ \mu \ \langle \ \bar{x} + t_{\frac{\alpha}{2};\, n-1} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}} \sqrt{\frac{N-n}{N-1}}$$

Dengan α = koefisien kepercayaan dan $t_{\frac{\alpha}{2}}$ = nilai t didapat dari daftar distribusi student /distribusi t dengan derajat kebebasan dk = n -1

Menaksir Selisih Rata-rata

Misalkan kita mempuyai dua buah populasi, kedua-duanya berdistribusi normal. Rata-rata dan simpangan bakunya masing-masing μ_1 dan σ_1 untuk populasi kesatu, μ_2 dan σ_2 untuk populasi kedua. Dari masing-masing populasi secara independen diambil sebuah sampel acak dengan ukuran n_1 dan n_2. Rata-rata dan simpangan baku dari sampel-sampel itu berturut-turut $\bar{x}_1$, s_1, dan $\bar{x}_2$, s_2.

Akan ditaksir selisih rata-rata ($\mu_1 - \mu_2$).

a. Jika σ_1 dan σ_2 besarnya diketahui dan populasinya berdistribusi normal

$$(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}} \langle \mu_1 - \mu_2 \langle (\bar{x}_1 - \bar{x}_2) + z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}$$

Dengan α = koefisien kepercayaan dan $z_{\frac{\alpha}{2}}$ = bilangan z didapat dari tabel normal baku untuk peluang ½ α

b. Jika σ tetapi tidak diketahui besarnya. Maka besarnya s dinyatakan dengan rumus :

$$s^2 = \frac{(n_1 - 1)\, s_1^2 + (n_2 - 1)\, s_2^2}{n_1 + n_2 - 2}$$

Dan

$$(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - t_{\frac{\alpha}{2}} \cdot s\sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}} \langle \mu_1 - \mu_2 \langle (\bar{x}_1 - \bar{x}_2) + t_{\frac{\alpha}{2}} \cdot s\sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}$$

Dengan α = koefisien kepercayaan dan $t_{\frac{\alpha}{2}}$ = nilai t didapat dari daftar distribusi student /distribusi t dengan derajat kebebasan dk = $n_1 + n_2 - 2$

LATIHAN SOAL

1. Suatu studi tentang pertumbuhan dari tanaman cactus jenis tertentu menunjukkan bahwa dari 50 tanaman yang dianggap sebagai sampel rata-rata tumbuh 44,8 mm dengan deviasi standar 4,7 mm selama jangka waktu 12 bulan. Dengan interval konfidensi 95 %, tentukan rata-rata pertumbuhan tahunan yang sesungguhnya dari jenis cactus tersebut.
2. Sampel random sebanyak 40 drum bahan kimia ditarik dari 200 drum bahan kimia, mempunyai berat rata-rata 240,8 pound dengan deviasi standar 12,2 pound. Jika diduga bahwa berat rata-rata dari 200 drum bahan kimia tersebut adalah 240,8, tentukan dengan interval kepercayaan 95 % untuk berat rata-rata drum bahan kimia tersebut !
3. Untuk mengetahui waktu rata-rata yang diperlukan untuk merakit suatu alat mekanis tertentu, telah dilakukan perhitungan berdasarkan sampel 6 perakitan dengan waktu masing-masing 13, 14, 12, 16, 12, dan 11 menit. Buatlah interval konfidensi 95 % untuk waktu rata-rata yang sesungguhnya untuk merakit alat mekanis tersebut.
4. Sebuah sampel berupa 10 pengukuran diameter balok kayu, menunjukkan rata-rata diameter 43,8 cm dengan deviasi standar 0,6 cm. Hitunglah interval konfidensi 99 % untuk rata-rata diameter yang sesungguhnya.

7. Sampel random sebanyak 150 buah bola lampu merk A menunjukkan daya hidup rata-rata 1400 jam dengan deviasi standar 120 jam. Sampel random lain sebanyak 200 buah bola lampu merk B mempunyai daya hidup rata-rata 1200 jam dengan dengan deviasi standar 80 jam. Hitunglah interval konfidensi 95 % untuk perbedaan rata-rata daya hidup dari populasi bola lampu kedua merk itu.
8. Dua sampel masing-masing berupa 100 tanaman bibit yang tumbuh di dua tempat yang berbeda. Dari sampel pertama tinggi rata-ratanya adalah 9,8 inci dengan deviasi standar 1 inci. Dari sampel kedua mempunyai tinggi rata-rata 10,5 inci dengan deviasi standar 3 inci. Buatlah interval konfidensi 90 % untuk perbedaan tinggi dari kedua populasi.
9. Diambil sampel 12 murid yang mengikuti pelajaran matematika dengan metode modern, kemudian diambil sampel lain 10 murid yang mengikuti pelajaran matematika dengan metode konvensional. Pada akhir semester ujian dengan soal yang sama diberikan pada masing-masing kelompok. Sampel kelompok pertama mencapai nilai rata-rata 85 dengan deviasi standar 4, sedang sampel kelompok kedua mencapai nilai rata-rata 81 dengan dengan deviasi standar 5. Hitunglah interval konfidensi 90 % untuk perbedaan antara mean populasi.

Menaksir Proporsi π

Misalkan kita mempuyai sebuah populasi berukuran N dimana terdapat proporsi π untuk peristiwa A yang ada di dalam populasi itu. Sebuah sampel acak berukuran n diambil dari populasi ini. Misalkan terdapat x peristiwa A, sehingga proporsi sampel untuk peristiwa A = (x/n). Jadi titik taksiran untuk π adalah x/n .

Untuk memperoleh taksiran yang lebih tinggi derajat kepercayaannya, digunakan interval taksiran atau selang taksiran disertai nilai koefisien kepercayaan yang dikehendaki.

a. Jika (n/N) $\leq$ 5%

$$p - z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \sqrt{\frac{pq}{n}} \ \langle \ \pi \ \langle \ p + z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \sqrt{\frac{pq}{n}}$$

b. Jika (n/N) > 5%

$$p - z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \sqrt{\frac{pq}{n}} \sqrt{\frac{N-n}{N-1}} \ \langle \ \pi \ \langle \ p + z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \sqrt{\frac{pq}{n}} \sqrt{\frac{N-n}{N-1}}$$

Dengan α = koefisien kepercayaan dan $z_{\frac{\alpha}{2}}$ = bilangan z didapat dari tabel normal baku untuk peluang $\frac{1}{2}\alpha$

Menaksir Selisih Proporsi

Misalkan kita mempunyai dua buah populasi, dengan parameter untuk peristiwa yang sama masing-masing π_1 dan π_2. Dari populasi ini secara independen masing-masing diambil sebuah sampel acak berukuran n_1 dari populasi kesatu dan n_2 dari populasi kedua. Proporsi untuk peristiwa yang diperhatikan dari sampel-sampel itu adalah $p_1 = x_1/n_1$ dan $p_2 = x_2/n_2$ dengan x_1 dan x_2 berturut-turut menyatakan banyaknya peristiwa yang diperhatikan yang didapat didalam sampel kesatu dan kedua.

Akan ditentukan interval taksiran untuk π_1 - π_2 sebagai berikut :

$$(p_1 - p_2) - z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{p_1 q_1}{n_1} + \frac{p_2 q_2}{n_2}} \langle \ \pi_1 - \pi_2 \ \langle \ (p_1 - p_2) + z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{p_1 q_1}{n_1} + \frac{p_2 q_2}{n_2}}$$

Dengan α = koefisien kepercayaan dan $z_{\frac{\alpha}{2}}$ = bilangan z didapat dari tabel normal baku untuk peluang ½ α

LATIHAN SOAL

1. Sebuah sampel random terdiri dari 250 lulusan SMU di kota A, 165 orang diantaranya mengatakan bahwa mereka mengharapkan dapat melanjutkan studinya ke Perguruan Tinggi Negeri. Hitunglah interval konfidensi 99% untuk proporsi yang sesungguhnya.
2. Dari sampel random sebanyak 600 wanita yang berumur 21 tahun keatas di kota B telah diwawancarai, 378 orang diantaranya mengatakan bahwa mereka lebih memilih bekerja full time daripada parttime. Hitunglah interval konfidensi 95% untuk proporsi yang sesungguhnya.
3. Sampel random sebanyak 100 butir telur telah diambil dari 1000 butir telur yang dikirim dari daerah A ke daerah B. Dari sampel tersebut diketahui 18 diantaranya pecah atau rusak. Hitunglah interval konfidensi 95% untuk proporsi telur yang pecah atau rusak dari 1000 telur tersebut.

4. Dari sampel random sebanyak 400 ibu rumah tangga di kota A, 240 diantaranya lebih menyukai sabun cuci merk Rinso daripada merk lainnya. Sampel random lain di kota B sebanyak 200 ibu rumah tangga diketahui 80 diantaranya lebih menyukai sabun cuci merk Rinso daripada merk lainnya. Estimasikan perbedaan proporsi ibu rumah tangga yang lebih menyukai sabun cuci merk Rinso dari kedua kota itu. Gunakan interval konfidensi 95 %.
5. Dari sampel random sebanyak 400 pemirsa dewasa dan 600 pemirsa remaja yang mengikuti program siaran TV tertentu, diketahui 100 pemirsa dewasa dan 300 pemirsa remaja menunjukkan bahwa mereka menyenangi jenis siaran TV tersebut. Estimasikan perbedaan proporsi pemirsa yang menyenangi program siaran TV tersebut antara semua pemirsa dewasa dan pemirsa remaja. Gunakan interval konfidensi 95 %.